

高等数学(四) 试题

课程代码:06604

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

选择题部分

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

2. 每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题(本大题共 12 小题,每小题 2 分,共 24 分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的,请将其选出并将“答题纸”的相应代码涂黑。错涂、多涂或未涂均无分。

1. 设 $f(x) = \cos \frac{x}{2}$, 则 $f(f(\pi)) =$

- A. 0 B. 1 C.
- π
- D.
- 2π

2. 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{n+1} =$

- A. 0 B. 1 C. 2 D. -1

3. 下列函数中,在区间 $(0,1)$ 上单调增加的是

- A.
- $f(x) = e^{-x}$
- B.
- $f(x) = 1 - x$
-
- C.
- $f(x) = \cot x$
- D.
- $f(x) = \ln x$

4. 设函数 $f(x) = \begin{cases} ax + 1, & x > 1, \\ b, & x \leq 1 \end{cases}$, 若 $f(x)$ 在点 $x = 1$ 处连续, 则有

- A.
- $a + b = -1$
- B.
- $a + b = 1$
- C.
- $a - b = -1$
- D.
- $a - b = 1$

5. 曲线 $y = \cos^2 x$ 在点 $(\frac{\pi}{4}, \frac{1}{2})$ 的切线斜率是

- A.
- $\frac{\pi}{4}$
- B. 1 C.
- $\frac{1}{2}$
- D. -1

6. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin t dt}{e^x - 1} =$

- A. 1 B. 0 C. -1 D. $2e$

7. 曲线 $y = x^3 + 3x^2$ 的拐点是

- A. (1, 4) B. (0, 0) C. (-1, 2) D. (-2, 4)

8. 积分 $\int_0^1 (4x - 3x^2) dx =$

- A. 1 B. -1 C. 2 D. 0

9. 平面 $x + 2y + 3z = 6$ 与 z 轴的交点是

- A. (0, 0, 2) B. (0, 3, 0) C. (6, 0, 0) D. (1, 1, 1)

10. 设函数 $z = e^{2x-y}$, 则全微分 $dz =$

- A. $e^{2x-y}(dx + dy)$ B. $e^{2x-y}(2dx + dy)$
 C. $e^{2x-y}(dx - dy)$ D. $e^{2x-y}(2dx - dy)$

11. 平面 $3(x - 1) + 2(x - 2) + z - 3 = 6$ 的法向量是

- A. (1, 2, 3) B. (3, 2, 1) C. (2, 3, 6) D. (3, 5, 9)

12. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ 的和是

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、填空题(本大题共 7 小题,每小题 3 分,共 21 分)

13. 函数 $y = \sqrt{x^2 - 2x}$ 的定义域是_____.

14. 曲线 $y = x^2 \ln x - 1$ 在点(1, -1) 处的法线方程是_____.

15. 曲线 $y = \frac{x^2 - 2x}{2x^2 + 1}$ 的水平渐近线是_____.

16. 不定积分 $\int \sin 2x dx =$ _____.

17. 过点(1, 1, 1) 且与向量(2, 3, 1) 垂直的平面方程是_____.

18. 微分方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}$ 的通解是_____.

19. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} nx^n$ 的收敛半径是_____.

三、计算题(一)(本大题共5小题,每小题6分,共30分)

20. 求函数 $f(x) = x^2 + 2xe^{-x}$ 的二阶导函数 $f''(x)$.

21. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$.

22. 求不定积分 $\int \arctan x dx$.

23. 计算二重积分 $\iint_D 4xy dx dy$, 其中 D 是由 x 轴、直线 $y = x$ 和 $x = 1$ 围成的三角形区域.

24. 求一阶线性微分方程 $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = x^2$ 的通解.

四、计算题(二)(本大题共2小题,每小题10分,共20分)

25. 计算下列定积分(其中:题(1)4分,题(2)6分).

$$(1) \int_0^1 x e^x dx; \quad (2) \int_1^4 \frac{1}{1 + \sqrt{x}} dx.$$

26. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$, $x \in (-1, 1)$ 的和函数.

五、证明题(本大题5分)

27. 设 $x > 0$, 证明不等式 $e^x > 1 + x$.